Master 1 EEA

EMEAG2A1 Modélisation et commande des convertisseurs statiques

Examen du 9 mai 2018 *Sans document*
Durée : 1H30

EXERCICE (8 PTS)

On se propose de réguler la tension de sortie du convertisseur représenté sur la figure 1. La source de tension E_1, les interrupteurs K_1 et D et le condensateur C_s sont supposés idéaux.

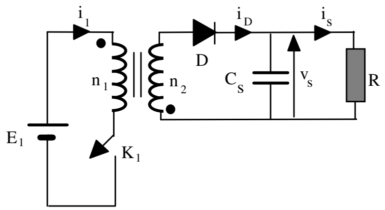


Figure 1

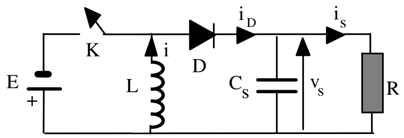


Figure 2

• *Schéma équivalent*

On suppose le couplage magnétique entre les 2 enroulements n_1 et n_2 parfait, c'est à dire sans fuites magnétiques et doté d'un circuit magnétique linéaire invariant (perméabilité constante) et sans pertes. La réluctance de ce circuit magnétique est notée $\mathfrak{R}$. La résistance électrique de chacun des enroulements est négligée, ainsi que les capacités parasites.

1) Montrer que ce convertisseur peut se ramener au circuit équivalent de la figure 2. Donner pour cela l'expression de E et de L . Que représente le courant i ?

• *Régulation de la tension de sortie*

On travaille désormais avec le circuit équivalent de la figure 2. Le <u>hacheur fonctionne en conduction discontinue</u> et est piloté par Modulation de Largeur d'Impulsion (MLI, rapport cyclique α) à la fréquence de découpage F. La position de l'interrupteur K est repérée par la variable u :

$$\begin{cases} u = 1 \text{ lorsque K est fermé,} \\ u = 0 \text{ lorsque K est ouvert.} \end{cases}$$

<u>Modèle moyen</u>

2) En s'appuyant sur la formes d'onde du courant i et les hypothèses simplificatrices qui seront rappelées, donner l'équation différentielle non linéaire vérifiée par la tension de sortie moyenne sous la forme : $\frac{dV_s}{dt} = f(V_s, \alpha)$, où α est le rapport cyclique.

<u>Régulation de tension</u>

La consigne de tension est notée V_c.

3) Proposer une méthode de régulation. Décrire pour cela le modèle en boucle ouverte utilisé, le choix du correcteur (en le justifiant) et une démarche de synthèse. On pourra s'aider de schémas.

PROBLÈME (14 PTS)

On considère le convertisseur représenté sur la figure 3. T_1 et T_2 sont commandés complémentairement :

$$\begin{cases} u = 1 \text{ pour } T_1 \text{ fermé et } T_2 \text{ ouvert} \\ u = 0 \text{ pour } T_1 \text{ ouvert et } T_2 \text{ fermé} \end{cases}.$$

On désire asservir le courant de sortie i_s dans la charge à une valeur de référence I_{ref}.

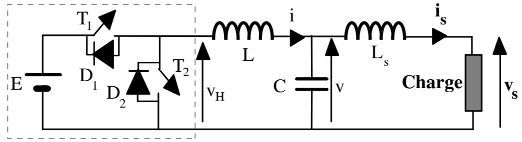


Figure 3

1) Ce convertisseur est-il réversible en puissance (justifier) ? Pourquoi le hacheur série (cadre en pointillé) fonctionne toujours en conduction continue ? Proposer alors un schéma équivalent de ce hacheur (modèle de la tension v_H,).

2) Donner la représentation d'état de ce système, avec u comme variable de commande, i_s comme variable de sortie et la charge modélisée comme une source de tension équivalente dont l'évolution constitue la perturbation principale. Quel est l'ordre du système ? Comment justifier ce modèle de charge ?

On réalise une boucle interne au moyen d'une commande en mode courant de ce convertisseur, que l'on assimile à la loi idéale suivante dans laquelle I_c est la consigne de courant à suivre : $\begin{cases} u = 0 \text{ si } i > I_c \\ u = 1 \text{ si } i < I_c \end{cases}$.

3) A quelles conditions la loi précédente permet effectivement de "capturer" le courant i ?

4) Quels seraient les inconvénients d'une réalisation de cette commande idéale ? Donner une technique permettant de l'approcher en pratique pour minimiser ces inconvénients.

5) On suppose dans la suite que $i = I_c$. Déterminer la représentation d'état de ce convertisseur piloté en mode courant idéal, en considérant que I_c est la nouvelle variable de commande du système.

6) Donner un schéma électrique équivalent de ce convertisseur doté de cette commande en mode courant. Que devient l'ordre dynamique "apparent" du système ?

On veut réaliser une commande par retour d'état de ce convertisseur afin d'asservir le courant de sortie i_s à la consigne I_{ref} en agissant sur la variable de commande I_c.

7) On considère que I_{ref} et v_s sont constants. Donner les conditions d'équilibre sur un point (I_{c0} , v_0 , $i_{s0}=I_{ref}$).

8) En déduire la représentation d'état du système écarté de sa position d'équilibre. On posera :
$\tilde{I}_c = I_c - I_{c0}$; $\tilde{v} = v - v_0$; $\tilde{i}_s = i_s - i_{s_0}$.

On réalise une commande par retour d'état d'expression $\tilde{I}_c = -k_1\tilde{v} - k_2\tilde{i}_s$.

9) Donner la représentation d'état en boucle fermée autour du point d'équilibre imposé par la consigne I_{ref}

10) Exprimer le polynôme caractéristique du système en boucle fermée. En assimilant l'expression de ce polynôme à une forme standard, En déduire des critères de réglage des gains du retour d'état vis à vis de la stabilité et de la rapidité.

11) Écrire la loi de commande explicite donnant I_c en fonction des gains du retour d'état, des variables d'état v et i_s , de la consigne I_{ref} , et des conditions d'équilibre. Présenter rapidement un schéma de principe de cette commande.

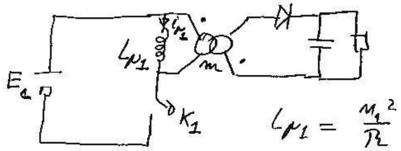
12) Proposer une loi de commande améliorée et le schéma de principe associé, permettant de résoudre d'éventuels problèmes d'erreurs statiques liés à des erreurs de modélisation ou encore à une mauvaise mesure des variables internes.

* * *

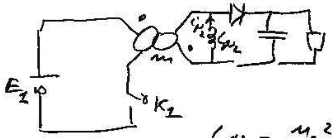
CORRECTION

EXERCICE

1)



$\Leftrightarrow$



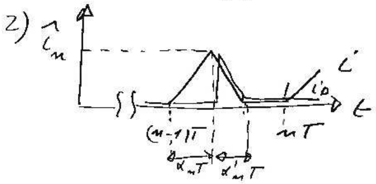
$L_{\mu_1} = \frac{n_1^2}{\mathcal{R}}$ $\quad$ $L_{\mu_2} = \frac{n_2^2}{\mathcal{R}}$

$m = \frac{n_2}{n_1}$

$$\begin{cases} E = m E_1 \\ L = L_{\mu_2} = \frac{n_2^2}{\mathcal{R}} \\ i = i_{\mu_2} \end{cases}$$

$$\frac{dv_s}{dt} = \frac{i_D(t)}{C_s} - \frac{i_s(t)}{C_s} = \frac{i_D(t)}{C_s} - \frac{v_s(t)}{RC_s}$$

2)



en moyenne : $\frac{dV_s}{dt} = \frac{I_D(t)}{C_s} - \frac{V_s(t)}{RC_s}$

$$I_D(nT) = \frac{\hat{i}_n \times \alpha'_n}{2}$$

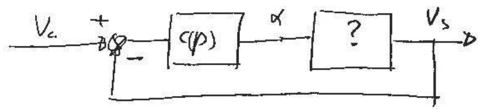
$$\hat{i}_n = \frac{E}{L}\alpha_n T = \frac{V_s(nT)}{L}\alpha'_n T$$

$$\Rightarrow \alpha'_n = \frac{L\hat{i}_n}{TV_s(nT)}$$

$$I_D(nT) = \frac{L}{TV_s(nT)} \cdot \hat{i}_n^2$$

$$= \frac{E^2 T}{2L} \cdot \frac{\alpha_n^2}{V_s(nT)} \quad \text{d'où} \quad \frac{dV_s}{dt} = \frac{E^2 T}{2LC_s} \cdot \frac{\alpha^2(t)}{V_s(t)} - \frac{V_s(t)}{RC_s}$$

3)



? → modèle "petit signal" $\quad \frac{\tilde{V}_s(p)}{\tilde{\alpha}(p)}$

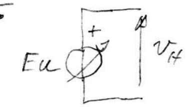
$$\tilde{V}_s = V_s - V_{s_0}$$
$$= V_s - V_c$$
$$\tilde{\alpha} = \alpha - \alpha_0$$

$C(p) \to PI$.

(V_{s_0}, α_0) pt. d'équilibre.

PROBLÈME

1) Réversible car hacheur réversible en courant.
Toujours cond. continue car (T_2, D_2) assurent une roue libre bidirectionnelle.



2) $$\begin{cases} \frac{di}{dt} = \frac{Eu(t) - v}{L} \\ \frac{dv}{dt} = \frac{i(t) - i_s(t)}{C} \\ \frac{di_s}{dt} = \frac{v(t) - v_s(t)}{L_s} \end{cases}$$

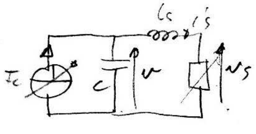
3) $0 < v < E$

4) Fréquence trop élevée → Pertes par commutation

Approcher par une commande par hystérésis (fourchette de courant)

5) $$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = \frac{I_c(t) - i_s(t)}{C} \\ \frac{di_s}{dt} = \frac{v(t) - v_s(t)}{L_s} \end{cases}$$

6)



ordre 2

7) $\frac{dv}{dt} = 0$ et $\frac{di_s}{dt} = 0 \Rightarrow I_{c_0} = i_{s_0} = I_{ref}$ $\quad \boxed{v_0 = v_s.}$

8) $$\begin{cases} \frac{d\tilde{v}}{dt} = \frac{\tilde{I}_c - \tilde{i}_s}{C} \\ \frac{d\tilde{i}_s}{dt} = \frac{\tilde{v}}{L_s} \end{cases}$$

9) $$\begin{cases} \frac{d\tilde{v}}{dt} = -\frac{k_1\tilde{v}}{C} - \frac{(1+k_2)\tilde{i}_s}{C} \\ \frac{d\tilde{i}_s}{dt} = \frac{\tilde{v}}{L_s} \end{cases}$$

$$\dot{\tilde{x}} = \begin{bmatrix} -\frac{k_1}{C} & -\frac{1+k_2}{C} \\ \frac{1}{L_s} & 0 \end{bmatrix} \tilde{x} = A_k \tilde{x} \qquad \tilde{x} = \begin{bmatrix} \tilde{v} \\ \tilde{i}_s \end{bmatrix}$$

10) $$D(p) = \det[p\mathbb{1} - A_k] = \left(p + \frac{k_1}{C}\right) \cdot p + \frac{1+k_2}{L_s C} = p^2 + \frac{k_1}{C}p + \frac{1+k_2}{L_s C}$$

$$D(p) = p^2 + 2z\omega_n p + \omega_n^2 \qquad \left.\begin{array}{l} \omega_n = \sqrt{\frac{1+k_2}{L_s C}} \\ 2z\omega_n = \frac{k_1}{C} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} k_2 = L_s C \omega_n^2 - 1 \\ k_1 = 2C z \omega_n \end{cases}$$

$$\omega_n > \frac{1}{\sqrt{L_s C}} \quad \text{et} \quad z \sim 0,5 - 1$$

11) $\tilde{I}_c = -k_1\tilde{v} - k_2\tilde{i}_s \Rightarrow I_c = I_{c_0} + k_1(v_s - v) + k_2(I_{ref} - i_s)$

12) Correction intégrale : $\tilde{I}_c = -k_1\tilde{v} - k_2\tilde{i}_s - k_i\int_0^t \tilde{i}_s(\tau)\,d\tau.$