

## Master 1 SMIS EEAS Parcours SYGELEC

## 2M8EE2M : Commande des convertisseurs et machines

Examen du 11 septembre 2007

Sans document

Durée : 2H

## PREMIER PROBLEME

Le convertisseur de la figure 1 permet, à partir d'une source alternative de tension, d'alimenter une charge sous tension quasi constante.

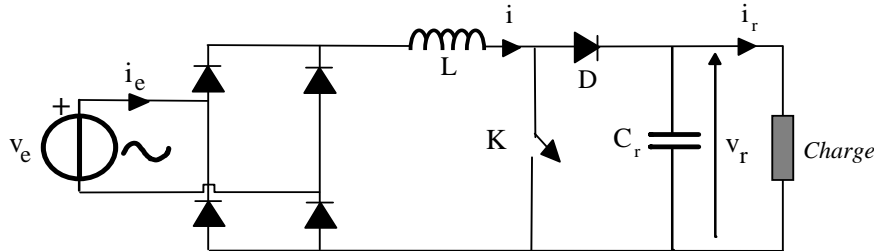


Figure 1

Ce convertisseur, correspond à un redresseur à absorption sinusoïdale. La source de tension est sinusoïdale :  $v_e(t) = V_M \sin(\omega t)$ . La période de cette source est  $T = 20$  ms.

L'étage placé en aval constitue une charge qui sera assimilée à une **source de courant  $i_r$ , lentement variable**. La position de l'interrupteur  $K$  est repérée par la variable  $u$  :  $u=1$  lorsqu'il est fermé (passant),  $u=0$  lorsqu'il est ouvert (bloqué).

1) Donner les équations d'état en valeurs instantanées de ce convertisseur, en prenant  $u$  comme variable de commande.

L'interrupteur  $K$  (c'est à dire la variable  $u$ ) est piloté par Modulation de Largeur d'Impulsion avec une période de découpage  $T_r = 50 \mu s$ . On remarquera que  $T_r \ll T$ .

La valeur moyenne de toute variable  $x$  à l'échelle du découpage est définie de la manière suivante :

$$X(t) = \frac{1}{T_r} \int_{t-T_r}^t x(\theta) d\theta \quad (\text{cette moyenne est notée en majuscule}).$$

2) Exprimer la représentation d'état en valeur moyenne du convertisseur en prenant  $U$  (valeur moyenne de  $u$ ) comme variable de commande. Quelle est la relation entre  $U(t)$  et le rapport cyclique  $\alpha(t)$  ? On négligera le retard pur apporté par le modulateur et on supposera que  $v_e(t) \approx V_e(t)$ , car la fréquence de la tension  $v_e$  est très basse devant la fréquence de découpage.

• **Boucle de courant sur  $I$**

Pour cette boucle, la tension de sortie  $v_s$  **est supposée sensiblement constante, de valeur  $V_{ref}$** . La tension d'entrée  $V_e$  est lentement variable par rapport à la rapidité souhaitée pour la boucle de courant. On note  $I_{ref}$  la consigne à laquelle on souhaite asservir  $I$ .

3) Au moyen de la représentation d'état obtenue en 2), écrire l'équation différentielle régissant l'évolution de  $I$  et en donner une représentation par schéma-blocs où  $V_e$  apparaîtra comme une perturbation et  $V_{ref}$  comme un gain. A quelle condition sur la valeur de  $V_{ref}$  peut-on faire croître ou décroître le courant  $I$  ?

On se propose d'asservir le courant  $I$  au moyen d'un correcteur PI comme représenté sur la figure 2.

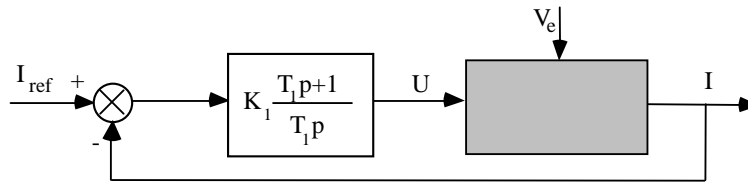


Figure 2

4) Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée  $\frac{I(p)}{I_{ref}(p)}$  pour  $V_e = 0$ . En identifiant le dénominateur de cette fonction de transfert à celui d'un système du 2<sup>o</sup> ordre de pulsation propre non amortie  $\omega_{n1}$  et de coefficient d'amortissement  $z_1$ , déterminer les formules permettant de calculer les paramètres  $K_I$  et  $T_I$  du correcteur. Comment choisir qualitativement  $\omega_{n1}$  et  $z_1$  ?

#### • Boucle de tension sur $V_r$

La boucle de courant est suffisamment rapide pour pouvoir considérer que  $I = I_{ref}$ .

5) Au moyen de la représentation d'état obtenue en 2), donner l'expression de  $U$  et en déduire l'équation différentielle vérifiée par  $V_r$  en fonction de  $V_e$  et  $I_{ref}$ .

L'absorption sinusoïdale de courant se traduit par  $I_{ref}(t) = I_M(t) \cdot |\sin(\omega t)|$ , avec  $I_M$  commandable. La forme d'onde du courant à l'entrée est ainsi maîtrisée.

6) Écrire l'équation différentielle vérifiée par  $V_r$  en remplaçant  $V_e$  et  $I_{ref}$  par leur expression respective.

On définit pour toute variable  $X$  dépendant du temps la **valeur moyenne vis à vis de la demi-période**  $\frac{T}{2}$  de la source d'entrée  $v_e$  comme :  $\bar{X}(t) = \frac{2}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^t X(\theta) d\theta$ .

7) Établir l'équation différentielle vérifiée par  $\bar{V}_s$  en fonction de l'amplitude  $I_m$  du courant de référence  $I_{ref}$ . On supposera pour cela que  $I_M$  varie très lentement sur l'intervalle  $\left[t - \frac{T}{2}, t\right]$ .

**Rq** : On rappelle que :  $\sin a \cdot \cos a = \frac{1}{2} \sin(2a)$  et  $\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$ .

On veut réguler  $\bar{V}_r$  à la valeur de consigne  $V_{ref}$ .  $\bar{I}_s$  évolue lentement et peut être assimilé à une constante. On considère alors le point d'équilibre :  $\bar{V}_r = V_{ref}$ ;  $I_M = I_{M_0}$ ;  $\bar{I}_r = cte$ .

8) Donner, au moyen de l'équation obtenue en 7), la condition d'équilibre qui apparaît comme une équation de conservation de la puissance en régime stationnaire.

9) Établir alors le "modèle petit signal" en posant :  $I_M = I_{M_0} + \tilde{I}_M$  ;  $\bar{V}_r = V_{ref} + \tilde{V}_r$  .

10) En déduire la fonction de transfert :  $\frac{\tilde{V}_r(p)}{\tilde{I}_M(p)}$  .

On réalise la régulation proposée sur la figure 3.

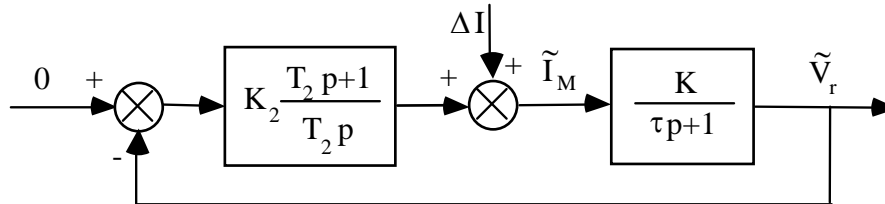


Figure 3

11) Exprimer la fonction de transfert  $\frac{\tilde{V}_r(p)}{\Delta I(p)}$  et donner des critères de choix pour les paramètres  $K_2$  et  $T_2$  .

12) Donner un schéma de principe de la commande complète de cet étage.

## SECOND PROBLEME

La figure 4 représente un schéma simplifié de l'entraînement électrique d'un tapis roulant sur une chaîne de fabrication. L'alimentation électrique primaire est sinusoïdale de fréquence 50 Hz :  $v_e(t) = V_M \sin(\omega t)$ . Le redresseur fonctionne en conduction continue. Le moteur électrique à courant continu et à aimants permanents. La charge mécanique sera modélisée par un moment d'inertie  $J_{ch}$  et l'ensemble des couples de frottement sera noté  $C_r$ .

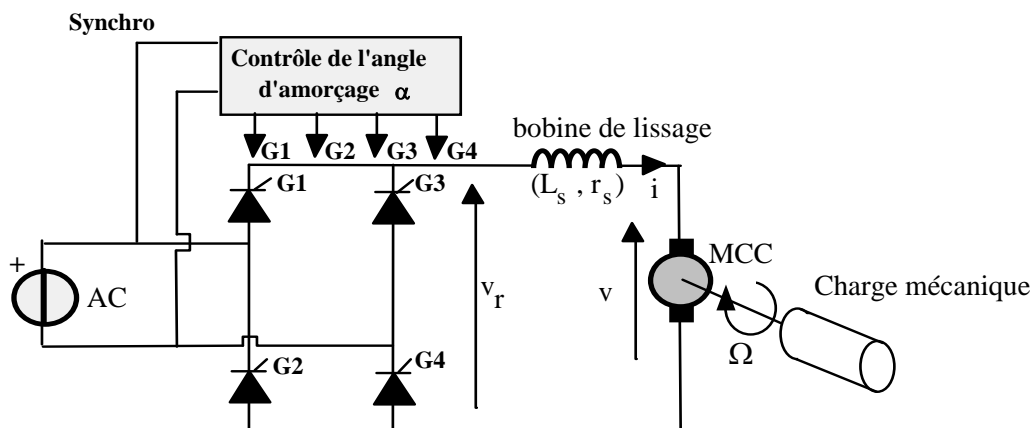


Figure 4

**Modélisation**

1) Rappeler l'expression de la tension de sortie moyenne du redresseur  $V_r$  en fonction de l'angle d'amorçage des thyristors (repéré par rapport aux passages à 0 de la tension d'entrée)  $V_r = f(\alpha)$ .

2) Proposer une méthode de linéarisation de la fonction  $V_r = f(\alpha)$ . On notera  $U$  la nouvelle entrée. En déduire un schéma fonctionnel du redresseur, prenant en compte les éventuels retards.

On souhaite maintenant modéliser le transfert entre la tension  $V_r$  et la vitesse de rotation  $\Omega$ .

3) Proposer un schéma électrique équivalent de la maille comprenant la bobine de lissage et le moteur à courant continu. En déduire un schéma fonctionnel.

4) Déterminer le modèle mécanique de l'ensemble moteur et charge et en déduire un schéma fonctionnel.

5) Donner le schéma fonctionnel complet de l'ensemble (redresseur "linéarisé", moteur, charge mécanique), en prenant pour entrée de commande  $U$ , comme entrée de perturbation  $C_r$  et comme sortie la vitesse  $\Omega$ .

**Asservissement de vitesse**

6) Proposer une structure de boucle de commande en boucle fermée permettant de maîtriser le couple du moteur à courant continu (principe, choix du correcteur, méthode de réglage, ...).

7) En supposant cette boucle de couple idéale, proposer une structure d'asservissement de la vitesse  $\Omega$ . Le type de correcteur choisi devra être justifié. La consigne en vitesse sera notée  $\Omega_{\text{ref}}$ .

8) Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée  $\left. \frac{\Omega(p)}{\Omega_{\text{ref}}(p)} \right|_{C_r=0}$  pour un couple de frottement  $C_r$  nul. et proposer une méthode de réglage du correcteur.

9) Proposer une stratégie de commande permettant de rejeter au mieux l'influence des variations du couple de frottement  $C_r$  sur l'asservissement de vitesse. On s'aidera d'un schéma fonctionnel.

\* \* \*

## Master 1 SMIS EEAS Parcours SYGELEC

## 2M8EE2M : Commande des convertisseurs et machines

Examen du 11 septembre 2007

Correction

## PREMIER PROBLEME

$$① \quad \begin{cases} \frac{di_1}{dt} = \frac{|v_c(t)|}{L_1} - \frac{v_2}{L_1} + \frac{v_2}{L_1} u \\ \frac{dv_2}{dt} = \frac{i_1}{C_2} - \frac{i_1}{C_2} u - \frac{i_2}{C_2} \end{cases} \quad \begin{cases} = \frac{|v_c(t)|}{L_1} - \frac{v_2}{L_1} (1-u) \\ = \frac{i_1}{C_2} (1-u) - \frac{i_2}{C_2} \end{cases}$$

$$② \quad \begin{cases} \frac{dI_1}{dt} = \frac{|V_c(t)|}{L_1} - \frac{V_2}{L_1} + \frac{V_2}{L_1} u \\ \frac{dV_2}{dt} = \frac{I_1}{C_2} - \frac{I_1}{C_2} u - \frac{I_2}{C_2} \end{cases}$$

$$③ \quad \begin{array}{c} \Delta V \\ \downarrow \\ \text{---} V_{ref} \text{---} \left[ \frac{1}{L_1 p} \right] \text{---} I_1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \bullet \Delta V = |V_c| - V_{ref} \\ \bullet V_{ref} > V_M \end{array}$$

$$④ \quad \frac{I_1(p)}{I_{ref}(p)} = \frac{K_1 V_{ref} (L_1 p + 1)}{T_1 L_1 p^2 + V_{ref} K_1 T_1 p + K_1 V_{ref}} = \frac{1 + T_1 p}{1 + \frac{V_{ref}}{T_1 L_1} p + \frac{T_1 L_1}{K_1 V_{ref}} p^2}$$

$$⑤ \quad u = \frac{L_1}{V_2} \frac{dI_1}{dt} - \frac{|v_c(t)|}{V_2} + 1 \quad 1-u = -\frac{L_1}{V_2} \frac{dI_1}{dt} + \frac{|v_c(t)|}{V_2}$$

$$\frac{dV_2}{dt} = -\frac{L_1}{C_2} \cdot \frac{I_{ref}}{V_2} \frac{dI_{ref}}{dt} + \frac{1}{C_2} \frac{|v_c| \cdot I_{ref}}{V_2} - \frac{I_2}{C_2}$$

$$⑥ \quad \frac{dV_2}{dt} = -\frac{L_1 \omega}{C_2} \cdot \frac{I_M}{V_2} \sin \omega t \cos \omega t + \frac{1}{C_2} \frac{I_M V_M}{V_2} \sin^2(\omega t) - \frac{I_2}{C_2}$$

$$⑦ \quad \int_{t-\frac{T}{2}}^t \sin(\omega \tau) \cos(\omega \tau) d\tau = \frac{1}{2} \int_{t-\frac{T}{2}}^t \sin(2\omega \tau) d\tau = 0$$

$$\int_{t-\frac{T}{2}}^t \sin^2(\omega \tau) d\tau = -\frac{1}{2} \int_{t-\frac{T}{2}}^t \cos(2\omega \tau) d\tau + \frac{1}{2} \int_{t-\frac{T}{2}}^t 1 d\tau$$

$$= \frac{T}{4}$$

$$\boxed{\frac{d\bar{V}_2}{dt} = \frac{1}{C_2} \cdot \frac{1}{\bar{V}_2} \cdot \frac{I_M V_M}{2} - \frac{\bar{I}_2}{C_2}}$$

⑧ Condition d'équilibre  $\frac{I_{M0} V_{M0}}{2} = V_{ref} \bar{I}_2$   
 (conservation de la puissance)

$$\frac{d\tilde{v}_2}{dt} = - \frac{I_{M0} V_M}{2 C_2 V_{ref}} \tilde{v}_2 + \frac{V_M}{2 C_2 V_{ref}} \tilde{I}_M$$

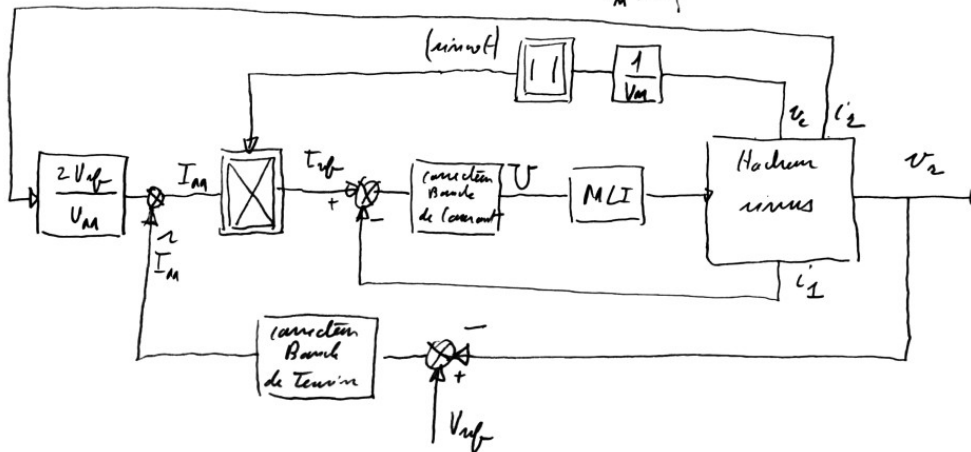
avec la condition d'équilibre  $\left[ \frac{d\tilde{v}_2}{dt} = - \frac{\bar{I}_2}{C_2 V_{ref}} \tilde{v}_2 + \frac{V_M}{2 C_2 V_{ref}} \frac{\tilde{I}_M}{\bar{I}_2} \right]$

9)  $p \tilde{v}_2(p) = - \frac{\bar{I}_2}{C_2 V_{ref}} \tilde{v}_2(p) + \frac{V_M}{2 C_2 V_{ref}} \tilde{I}_M(p)$

$$\frac{\tilde{v}_2(p)}{\tilde{I}_M(p)} = \frac{V_M}{2 \bar{I}_2} \cdot \frac{1}{\frac{C_2 V_{ref}}{\bar{I}_2} p + 1} = \frac{k}{2p + 1}$$

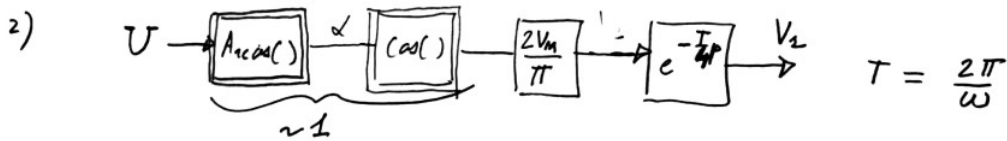
10)  $\left[ \frac{\tilde{v}_2(p)}{\Delta T(p)} = \frac{K T_2 p}{T_2 C p^2 + T_2 (1 + K K_2) p + K K_2} = \frac{T_2}{K_2} \frac{p}{1 + \frac{T_2(1 + K K_2)}{K K_2} p + \frac{T_2 C}{K K_2} p^2} \right]$

11)  $\tilde{I}_M = I_M - I_{M0} = I_M - \frac{2 V_{ref}}{V_M} \cdot \bar{I}_2$

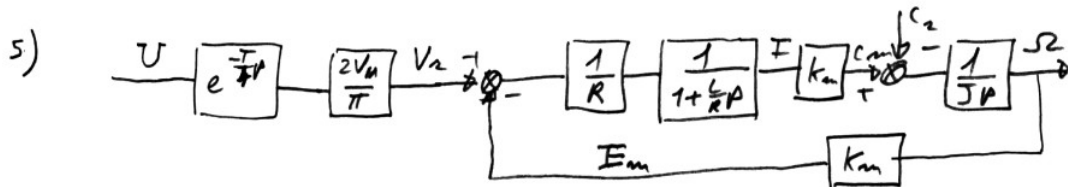
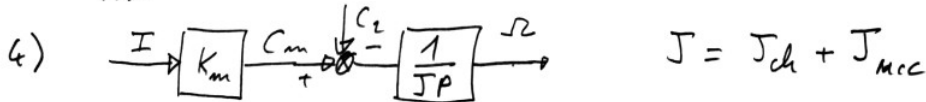


## SECOND PROBLEME

1)  $V_2 = \frac{2V_m}{\pi} \cos \alpha$

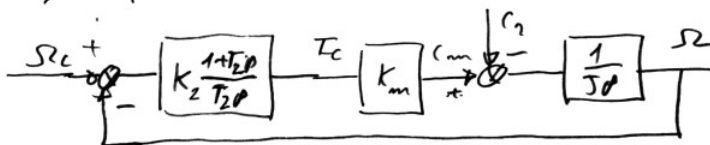


3) Posons  $L = L_s + \overset{\uparrow}{l}_{MCC}$   $R = \underset{\uparrow}{r} + r_s$


 6) Asservissement du courant induit (Voir TD) -  $I_c$  corrigé.

7) Voir TD

8)  $\frac{T}{4}$  négligé Posons  $A = \frac{2V_m}{\pi}$



$$\left. \frac{\Omega(p)}{S_c(p)} \right|_{c_2=0} = \frac{K_m K_z (1+T_2P)}{T_2 J p^2 + K_z K_m (1+T_2P)} = \frac{1+T_2P}{1 + \frac{T_2}{K_z K_m} P + \frac{T_2 J}{K_z K_m} P^2} \quad \text{Voir TD.}$$

9) Estimation de  $C_2$   $C_2(p) = C_m(p) J P S_c(p)$

$$\hat{C}_2(p) = K_m I - \frac{J P}{1+T_2 P} \Omega(p) \Rightarrow \text{Rajouter à } I_c \text{ le terme } \frac{\hat{C}_2}{K_m}$$