Master 1 SMIS EEAS Parcours SYGELEC

2M8EE2M : *Commande des convertisseurs et machines*

Examen du 6 juin 2005 *Sans document*
*Durée : 2**H***

PREMIER PROBLÈME

On se propose d'étudier la régulation de la tension de sortie d'un convertisseur abaisseur-élévateur représenté sur la figure 1. Ce convertisseur est piloté en mode courant maximum (période de découpage T_D) et travaille **en conduction discontinue**. L'objectif est de décrire le comportement d'une régulation de la tension de sortie vis à vis des variations de charge R.

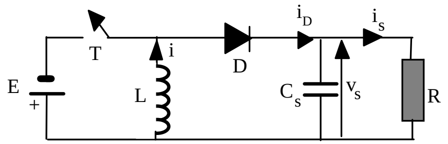


Figure 1

Modèle moyen

1 - Rappeler le principe de la commande par courant maximum.

2 - En s'appuyant sur la forme d'onde du courant i et les hypothèses simplificatrices qui seront rappelées, donner l'équation différentielle non-linéaire vérifiée par la tension de sortie moyenne sous la forme :

$$\frac{dV_s}{dt} = f(V_s, I_M)\text{, où } I_M \text{ est la consigne en courant maximum.}$$

Modèle moyen "petit signal"

3 - On considère un point d'équilibre quelconque (I_{M0}, V_{s0}, R_0). Donner la condition d'équilibre.

On pose : $I_M = I_{M0} + \tilde{I}_M \,;\, V_s = V_{s_0} + \tilde{V}_s \,;\, R = R_0 + \tilde{R}$.

4 - Déterminer le modèle aux petites variations sous la forme : $\dot{\tilde{V}}_s = A_v \cdot \tilde{V}_s + A_I \cdot \tilde{I}_M + A_R \tilde{R}$. Au moyen de la condition d'équilibre obtenue en **3 -**, Exprimer A_V en fonction de C_s et R_0, A_I en fonction L, C_s, R_0, T_D et A_R en fonction de V_{s_0}, C_s, R_0.

5 - Déterminer alors les fonctions de transfert $\left.\frac{\tilde{V}_s(p)}{\tilde{I}_M(p)}\right|_{\tilde{R}(p)=0}$ et $\left.\frac{\tilde{V}_s(p)}{\tilde{R}(p)}\right|_{\tilde{I}_M(p)=0}$. Pour le schéma-blocs de la figure 2, exprimer alors les gains K_I et K_R ainsi que la fonction de transfert du 1° ordre G(p) telle que G(0)=1.

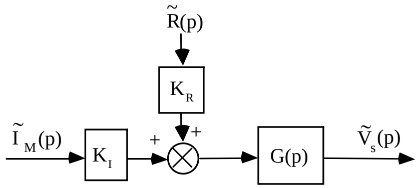


Figure 2

On suppose que : $R_n < R_0 < R_{max}$; avec R_n charge nominale et R_{max} charge max.

On pose : $x = \frac{R_0}{R_n}$, $A = \sqrt{\frac{R_n L}{2T_D}}$, $\tau = \frac{R_n C_s}{2}$, $I_n = \frac{V_{s_0}}{R_n}$.

6 - Exprimer K_I en fonction de A et x, K_R en fonction de I_n et x, et la constante de temps de G(p) en fonction de τ et x.

Régulation de tension

La consigne de tension est notée V_{ref}. La figure 3 représente le schéma-blocs global de la régulation de tension avec correcteur P.I..

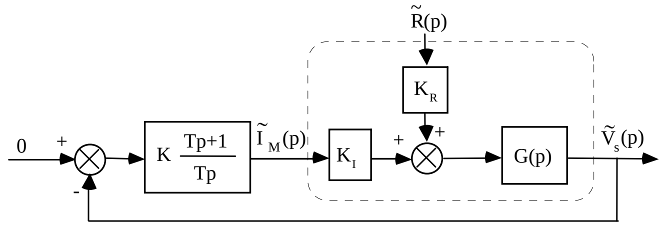


Figure 3

7 - Calculer la fonction de transfert $F_R(p) = \frac{\tilde{V}_s(p)}{\tilde{R}(p)}$. Que vaut l'erreur statique de position vis à vis de la perturbation $\tilde{R}$?

8 - En identifiant le dénominateur de la fonction de transfert au polynôme $1 + \frac{2z}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}$, exprimer ω_n et z en fonction de A, τ, x, T et K.

9 - On souhaite $\omega_n \le \omega_{n_{max}}$ et $z \ge z_{min}$. Expliquer qualitativement comment $\omega_{n_{max}}$ et z_{min} peuvent être choisis. Montrer ensuite comment, en utilisant un correcteur P.I. à paramètres K et T constants, garantir les inégalités précédentes lorsque la charge (donc x) varie.

SECOND PROBLÈME

Un bras de robot est mû par des moteurs électriques à courant continu dont l'inducteur est constitué d'aimants permanents. Chaque moteur est associé à un hacheur quatre quadrants, supposé alimenté par une tension continue E constante et d'amplitude égale à 200 V. L'ensemble moteur + hacheur est appelé variateur.
Dans la suite du problème, on considérera un seul de ces variateurs, représenté schématiquement sur la figure 4. Le hacheur fonctionne avec une fréquence de découpage constante égale à 10 kHz. Chaque variateur doit positionner le bras, selon un de ses axes (ou degrés de liberté), en fonctionnant dans les quatre quadrants du plan couple/vitesse.

- Les caractéristiques de chaque moteur sont les suivantes :
  - Tension d'induit nominale V_n = 190 V
  - Courant d'induit nominal I_n = 2 A
  - Vitesse de rotation nominale N_n = 1000 t/mn

L'inducteur à aimants permanents crée à la vitesse nominale une f.c.é.m. de 180 V
Les paramètres de l'induit sont : r=5Ω et L= l0mH.

- Les paramètres mécaniques sont :
  - Inertie moyenne du moteur et de sa charge mécanique J =0,0l kg.m^2
  - Coefficient de frottement visqueux f =0,005 N.m.rad^{-1}s
  - Les autres couples de frottement sont rassemblés sous un terme C_r

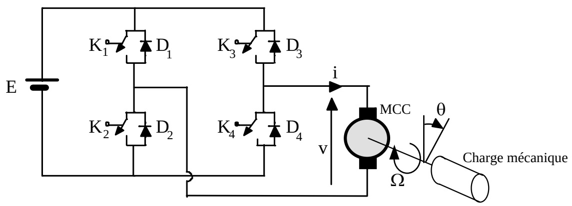


Figure 4

• *Modélisation*

10 - Peut-on inverser le sens de rotation de la charge ? Peut-on la freiner au moyen du variateur de vitesse ? Expliquer rapidement.

Le pont en H est piloté par M.L.I. dans le mode $u \in \{-1,1\}$. La valeur moyenne de u sur chaque période de découpage sera notée U_c.

11 - Rappeler le schéma-blocs décomposé de l'ensemble hacheur-moteur-charge mécanique (Uc : entrée ; θ : sortie).

• *Boucle de courant*

On désire réalisé l'asservissement proposé sur la figure 5. La force contre-électromotrice E_m est supposée être lentement variable par rapport à la rapidité souhaitée pour la boucle de courant. On note I_c la consigne à laquelle on souhaite asservir le courant induit I.

Université Paul Sabatier U.F.R. P.C.A. Année Universitaire 2004-05

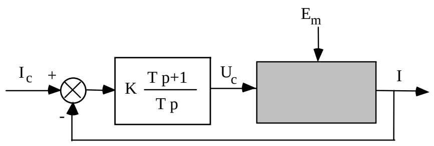


Figure 5

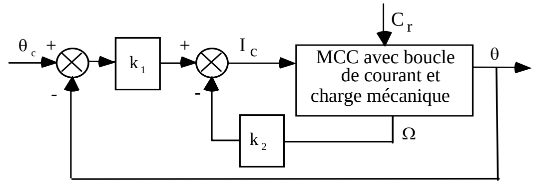


Figure 6

12 - Après avoir proposé une méthode de réglage du correcteur, exprimer la fonction de transfert en boucle fermée $\dfrac{I(p)}{I_c(p)}$ pour E_m=0 et calculer K et T pour obtenir un temps de réponse voisin de 300µs.

• *Asservissement de position*

Une boucle de courant a été réalisée, que l'on supposera idéale dans la suite. Le principe de l'asservissement de position est représenté sur la figure 6.

13 - Exprimer la fonction de transfert de poursuite en boucle fermée $F_p(p) = \left.\dfrac{\theta(p)}{\theta_c(p)}\right|_{C_r=0}$.

14 - Par analogie avec un système du 2° ordre de fonction de transfert $F_p(p) = \dfrac{1}{\dfrac{p^2}{\omega_n^2} + \dfrac{2z}{\omega_n} p + 1}$, exprimer k_1 et k_2 en fonction de ω_n et z.

15 - Exprimer la fonction de transfert de régulation $F_r(p) = \left.\dfrac{\theta(p)}{C_r(p)}\right|_{\theta_{ref}=0}$.

16 - Calculer l'erreur statique de position vis à vis d'une perturbation de couple et conclure.

* * *

Master 1 SMIS EEAS Parcours SYGELEC

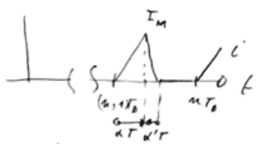
2M8EE2M : ***Commande des convertisseurs et machines***

Examen du 6 juin 2005 *Correction*

PREMIER PROBLÈME

1) $I_{M_m} = \frac{E}{L}\alpha T_D = \frac{V_s(nT)}{L}\alpha' T_D$

2)



$I_D(nT) = \frac{1}{T_D}\int_{(n-1)T_D}^{nT_D} i_D(\tau)\,d\tau = \frac{I_{M_m}\alpha'}{2}$

$I_D(nT) = \frac{L}{2T_D\, V_s(nT)} \cdot I_{M_m}^2$

$v_s(t) \simeq$ cte sur $[(n-1)T_D,\ nT_D]$
$= V_s(nT)$

$$\frac{dv_s}{dt} = \frac{i_D(t) - i_s(t)}{C_s} \Rightarrow \frac{dV_s}{dt} = \frac{I_D(t)}{C_s} - \frac{V_s(t)}{RC_s} = \frac{L}{2C_sT_D}\cdot\frac{I_M^2(t)}{V_s(t)} - \frac{V_s(t)}{RC_s}$$

3) $\frac{dV_s}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{L}{2T_D}\cdot\frac{I_{M_0}^2}{V_{s_0}} = \frac{V_{s_0}}{R_0} \Rightarrow I_{M_0} = \sqrt{\frac{2T_D}{LR_0}}\, V_{s_0}$

4) $$\frac{d\tilde{V}_s}{dt} = \Big(\underbrace{-\frac{L I_{M_0}^2}{2C_sT_DV_{s_0}^2}}_{-\frac{1}{R_0C_s}} - \frac{1}{R_0C_s}\Big)\tilde{V}_s + \frac{L I_{M_0}}{C_sT_DV_{s_0}}\tilde{I}_M + \frac{V_{s_0}}{R_0^2C_s}\tilde{R}$$

$$\frac{d\tilde{V}_s}{dt} = -\frac{2}{R_0C_s}\tilde{V}_s + \frac{1}{C_s}\cdot\sqrt{\frac{2L}{T_DR_0}}\cdot\tilde{I}_M + \frac{V_{s_0}}{R_0^2C_s}\tilde{R}$$

5) $$\left(\frac{R_0C_s}{2}p + 1\right)\tilde{V}_s(p) = \sqrt{\frac{LR_0}{2T_D}}\,\tilde{I}_M(p) + \frac{V_{s_0}}{2R_0}\tilde{R}(p)$$

$$\left.\frac{\tilde{V}_s(p)}{\tilde{I}_M(p)}\right|_{\tilde{R}=0} = \frac{\overbrace{\sqrt{\frac{LR_0}{2T_D}}}^{K_I}}{1+\frac{R_0C_s}{2}p} \qquad \left.\frac{\tilde{V}_s(p)}{\tilde{R}(p)}\right|_{\tilde{I}_M=0} = \frac{\overbrace{\frac{V_{s_0}}{2R_0}}^{K_R}}{1+\underbrace{\frac{R_0C_s}{2}}_{\tau_0}p}$$

6) $K_I = A\sqrt{x}$ $\quad \tau_0 = x\tau$ $\quad K_R = \frac{I_m}{2x}.$

7) $$F_R(p) = \frac{K_R\,G(p)}{1 + kK_I\,G(p)\cdot\frac{Tp+1}{Tp}} = \frac{K_R\,Tp}{Tp(\tau_0p+1) + kK_I(1+Tp)}$$

$$= \frac{K_RT}{kK_I}\cdot\frac{p}{1+\frac{T(1+kK_I)}{kK_I}p + \frac{T\tau_0}{kK_I}p^2} = \frac{K_R\,Tp}{kK_I + T(kK_I+1)p + T\tau_0p^2} = \frac{I_mT}{2x}\cdot\frac{p}{kA\sqrt{x} + T(kA\sqrt{x}+1)p + T\tau xp^2}$$

$$F_R(p) = \frac{I_m}{2A}\cdot\frac{T}{kx^{1/2}}\cdot\frac{p}{1+\frac{T}{kA\sqrt{x}}(1+kA\sqrt{x})p + \frac{T\tau\sqrt{x}}{kA}p^2}$$

8) $\omega_n = \sqrt{\frac{kA}{T\tau}}\cdot\frac{1}{x^{1/4}}$ $\quad \frac{2z}{\omega_n} = \frac{T}{kA\sqrt{x}}(1+kA\sqrt{x}) \Rightarrow z = \underbrace{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{T}{kA\tau}}}_{B}\cdot\frac{1+kA\sqrt{x}}{x^{3/4}}$

9) $\omega_n \searrow$ si $x \nearrow$
$\omega_{n\,max}$ pour $x = 1$

$y = \sqrt{x}$
$z = B\cdot\frac{1+kAy}{y^{3/2}}$

$\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{B}{2}\,\frac{kAy^{3/2} + 3y^{1/2}}{y^3}$

$\frac{\partial z}{\partial y} < 0$ pour $y > 1$

d'où $z \searrow$ si $x \nearrow$ $\quad z_{min}$ choisi pour $x = x_{max}$.

Choix : $\begin{cases} \sqrt{\frac{kA}{T\tau}} = \omega_{n\,max} \Rightarrow \frac{k}{T} \text{ connu} \\ \text{avec } z_{min} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{T}{kA\tau}}\cdot\frac{1+kA\sqrt{x_{max}}}{x_{max}^{3/4}} \Rightarrow A \text{ connu} \Rightarrow T \end{cases}$

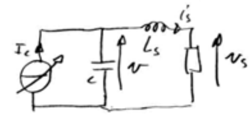
Pb 2

1) $\frac{di}{dt} = -\frac{v}{L} + \frac{E}{L}u$; $\frac{dv}{dt} = \frac{i}{C} - \frac{i_s}{C}$; $\frac{di_s}{dt} = \frac{v}{L_s} - \frac{v_s}{L_s}$

2) $-\frac{v}{L} < \frac{dI_c}{dt} < \frac{E-v}{L}$ et $E > v$

3) $\frac{dv}{dt} = \frac{I_c}{C} - \frac{i_s}{C}$; $\frac{di_s}{dt} = \frac{v}{L_s} - \frac{v_s}{L_s}$

4)



ordre 2

5) $v_s = R\,i_s$ $\quad p\,V(p) = \frac{I_c(p)}{C} - \frac{I_s(p)}{C}$ $\quad p^2I_s(p) = \frac{1}{L_s}p\,V(p) - \frac{1}{L_s}p\,V_s(p)$

$$p^2I_s(p) + \frac{1}{L_sC}I_s(p) + \frac{R}{L_s}p\,I_s(p) = \frac{I_c(p)}{L_sC}$$

$$\Rightarrow \frac{I_s(p)}{I_c(p)} = \frac{1}{1 + RCp + L_sCp^2}$$

6) $I_{c_0} = i_{s_0} = I_{ref}$ $\quad v_0 = V_s$

7) $\frac{d\tilde{v}}{dt} = \frac{\tilde{I}_c - \tilde{i}_s}{C}$; $\frac{d\tilde{i}_s}{dt} = \frac{\tilde{v}}{L_s}$ $\quad \frac{d}{dt}\overbrace{\begin{bmatrix}\tilde{v}\\ \tilde{i}_s\end{bmatrix}}^{x} = \begin{bmatrix}0 & -\frac{1}{C}\\ \frac{1}{L_s} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{v}\\ \tilde{i}_s\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\frac{1}{C}\\ 0\end{bmatrix}\tilde{I}_c$

8) $\tilde{I}_c = -k_1\tilde{v} - k_2\tilde{i}_s$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix}-\frac{k_1}{C} & -\frac{1+k_2}{C}\\ \frac{1}{L_s} & 0\end{bmatrix}x = Ax$$

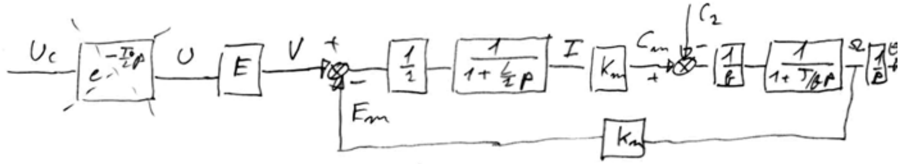
9) $\det[p\mathbb{1} - A] = p\left(p + \frac{k_1}{C}\right) + \frac{1+k_2}{L_sC} = 0$

$\begin{cases} \omega_n = \sqrt{\frac{1+k_2}{L_sC}} \\ 2z\omega_n = \frac{k_1}{C} \end{cases}$ $\quad 0{,}45 < z < 1$ $\quad \omega_n < \frac{F_0}{2}$ $\quad \Rightarrow k_1, k_2$

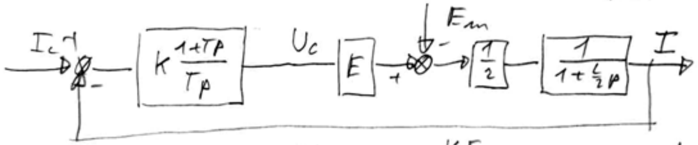
SECOND PROBLÈME

10) Pont en H réversible courant - tension.

11)



12)



a) $T = \frac{L}{2}$ $\qquad \left.\frac{I(p)}{I_c(p)}\right|_{E_m=0} = \frac{\frac{KE}{Lp}}{1+\frac{KE}{Lp}} = \frac{1}{1+\frac{L}{KE}p} = \frac{1}{1+\tau_{BF}p}$

$$\tau_{BF} = \frac{T_r}{3} \Rightarrow \frac{L}{KE} = \frac{T_r}{3} \Rightarrow K = \frac{3L}{T_r E}$$

A.N. : $T = 2\,ms$ $\qquad K = 0{,}5\ A^{-1}$

b) $$\frac{I(p)}{I_c(p)} = \frac{\frac{KE(1+Tp)}{T2p(1+\frac{L}{2}p)}}{1+\frac{KE(1+Tp)}{T2p(1+\frac{L}{2}p)}} = \frac{KE(1+Tp)}{TLp^2+T2p+KE+TKEp}$$

$$= \frac{1+Tp}{1+\frac{T(2+KE)}{KE}p+\frac{TL}{KE}p^2} = \frac{1+Tp}{1+\frac{2z}{\omega_n}p+\frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

$$2z\omega_n = \frac{2+KE}{L} \Rightarrow K = \frac{1}{E}\left(2z\omega_n L - 2\right) = 0{,}675\ A^{-1}$$

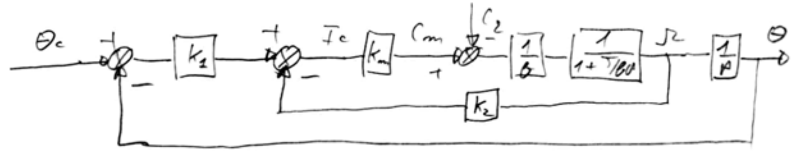
$$\frac{KE}{TL} = \omega_n^2 \Rightarrow T = \frac{KE}{\omega_n^2 L} = 135\ \mu s$$

$z = 0{,}7$

$\frac{1}{\omega_n} = \frac{T_r}{3} \Rightarrow \omega_n = 10000\ rd/s$

Université Paul Sabatier U.F.R. P.C.A. Année Universitaire 2004-05

13)



$$G_{BO}(p) = \frac{K_1}{p}\cdot\frac{\frac{K_m}{f+Jp}}{1+\frac{K_2K_m}{f+Jp}} = \frac{K_1K_m}{p(Jp+f+K_2K_m)}$$

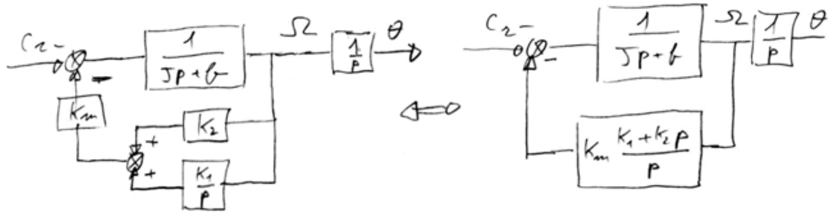
$$\left.\frac{\theta(p)}{\theta_c(p)}\right|_{C_2=0} = \frac{\frac{K_1K_m}{p(Jp+f+K_2K_m)}}{1+\frac{K_1K_m}{p(Jp+f+K_2K_m)}} = \frac{K_1K_m}{Jp^2+(f+K_2K_m)p+K_1K_m}$$

$$\left.\frac{\theta(p)}{\theta_c(p)}\right|_{C_2=0} = \frac{1}{1+\frac{(f+K_2K_m)}{K_1K_m}p+\frac{J}{K_1K_m}p^2} = \frac{1}{1+\frac{2z}{\omega_n}p+\frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

14) $\frac{K_1K_m}{J} = \omega_n^2 \Rightarrow K_1 = \frac{J\omega_n^2}{K_m}$

$$\frac{f+K_2K_m}{J} = 2z\omega_n \Rightarrow K_2 = \frac{1}{K_m}\left(2z\omega_n J - f\right)$$

15)



$$\frac{\theta(p)}{C_2(p)} = -\frac{1}{p}\cdot\frac{\frac{1}{Jp+f}}{1+\frac{K_m(K_1+K_2p)}{p(Jp+f)}} = -\frac{1}{Jp^2+fp+K_mK_2p+K_mK_1}$$

$$= -\frac{1}{K_mK_1}\cdot\frac{1}{1+\frac{f+K_2K_m}{K_mK_1}p+\frac{J}{K_1K_m}p^2}$$

$\varepsilon_p = \frac{1}{K_mK_1}C_0$ avec $C_2(p) = \frac{C_0}{p}$

$\Rightarrow$ rajouter un correcteur intégral avec K_1.