

## Master 1 SMIS EEAS Parcours SYGELEC

## 2M8EE2M : Commande des convertisseurs et machines

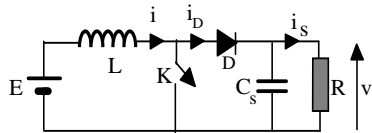
Examen du 5 juin 2007

Sans document

Durée : 2H

## PREMIER PROBLÈME

On se propose d'étudier la régulation de la tension de sortie d'un convertisseur élévateur représenté sur la figure 1. Ce convertisseur est piloté en mode courant maximum (période de découpage  $T_D$ ) et travaille **en conduction continue**. L'objectif est d'élaborer une régulation de la tension de sortie  $v_s$  vis à vis des variations de charge  $R$ .



1) Donner le modèle d'état en variables instantanées du 1<sup>o</sup> étage.

Dans un premier temps, on suppose une commande par modulation de largeur d'impulsion (MLI) à la fréquence  $F$  (période  $T$ ) de l'interrupteur  $K$ . On notera  $\alpha$  le rapport cyclique.

2) Donner le modèle d'état en variables moyennes du 1<sup>o</sup> étage, après avoir rappelé la définition de la valeur moyenne employée. On notera avec des lettres majuscules les valeurs moyenne des variables.

3) Déterminer alors les conditions d'équilibre de ce modèle moyen. On utilisera l'indice 0 pour noter les variables à l'équilibre.

En réalité, on préfère commander ce convertisseur en courant maximum, à la fréquence  $F$ . On notera  $I_M$  la consigne en courant maximum.

4) Rappeler le principe de cette commande en courant maximum.

Dans la suite, on assimilera le courant maximum  $I_M$  au courant moyen  $I$  dans la bobine, en négligeant l'ondulation de courant (boucle de courant idéale).

5) A partir du modèle d'état moyen obtenu en 2), déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension moyenne  $V$ , sous la forme  $\frac{dV}{dt} = f(V, I_M, \frac{dI_M}{dt})$ . Pour cela, après avoir remplacé  $I$  par  $I_M$  dans les équations d'état, on déterminera l'expression du rapport cyclique  $\alpha$  à partir de l'une des équation d'état pour l'injecter dans l'autre.

6) Donner la condition d'équilibre sur un point  $(I_{M0}, V_0, R_0)$ .

7) En déduire la représentation d'état aux petites variations du système écarté de sa position d'équilibre, sous la forme :  $\frac{d\tilde{V}}{dt} = A_V \cdot \tilde{V} + A_I \cdot \tilde{I}_M + A_D \cdot \frac{d\tilde{I}_M}{dt} + A_R \cdot \tilde{R}$  ; avec  $\tilde{I}_M = I_M - I_{M0}$  ;  $\tilde{V} = V - V_0$  ;  $\tilde{R} = R - R_0$ . Pour cela,  $\frac{dI_M}{dt}$  sera vu comme une variable.

8) Au moyen de la condition d'équilibre obtenue en 6) et 3), exprimer les termes  $A_V$ ,  $A_I$ ,  $A_D$ ,  $A_R$  afin que seuls interviennent les paramètres  $C_s, L, \alpha_0, V_0, R_0$ .

9) Déterminer alors les fonctions de transfert en boucle ouverte  $\left. \frac{\tilde{V}(p)}{\tilde{I}_M(p)} \right|_{\tilde{R}(p)=0}$  et  $\left. \frac{\tilde{V}(p)}{\tilde{R}(p)} \right|_{\tilde{I}_M(p)=0}$ . Pour le schéma-blocs de la figure 2, exprimer alors les paramètres  $K_I, \tau_0, K_R, \tau$ .

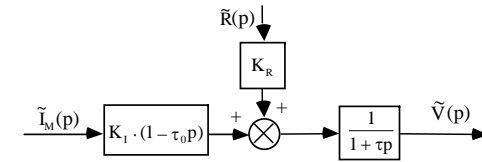


Figure 2

La consigne de tension est notée  $V_c$ . La figure 3 représente le schéma-blocs global de la régulation de tension, écartée de son point d'équilibre.

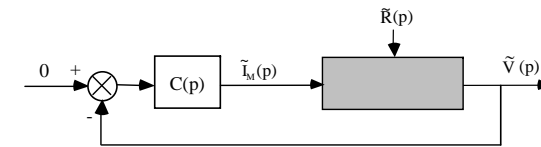


Figure 3

10) Comment s'exprime  $V_0$  en fonction de  $V_c$  ?

Le correcteur est purement proportionnel :  $C(p)=K$ .

11) Calculer la fonction de transfert de régulation  $F_R(p) = \frac{\tilde{V}(p)}{\tilde{R}(p)}$ . Que vaut l'erreur statique de position vis à vis de la perturbation  $\tilde{R}$  ? A quelle condition le système en boucle fermée est-il stable ?

## SECOND PROBLÈME : COMMANDE EN POSITION D'UNE MACHINE SYNCHRONE

**Remarque :** Les parties I et II sont indépendantes

### I - Autopilotage du couple de la machine (Question de cours guidée)

• **Conseil :** L'énoncé de cette "question de cours" peut paraître long, mais les réponses aux questions sont et doivent être courtes !

Le schéma de la figure 1 représente une machine synchrone triphasée bipolaire alimentée par un onduleur de tension. La machine est à pôles lisses, sans couple de réluctance ni d'encoche et sans circuit amortisseur. Sa f.e.m. est supposée sinusoïdale. La position  $\theta$  du rotor est mesurée. Dans la mesure où un asservissement du courant dans chaque phase de la machine est réalisé, l'onduleur associé à ses boucles de courant peut être remplacé par le schéma équivalent proposé sur la figure 2.  $(i_a, i_b, i_c)$  constitue un système de courants sinusoïdaux triphasés équilibrés d'amplitude  $\hat{I}_s$ .

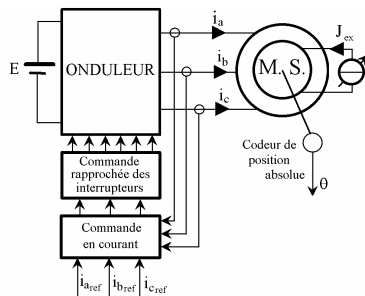


Figure 1

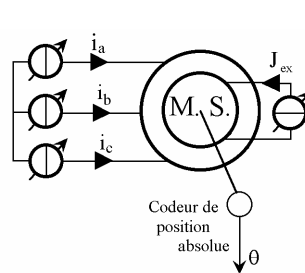


Figure 2

1- En utilisant certaines variables de la représentation de la figure 3, donner l'expression de ces courants.

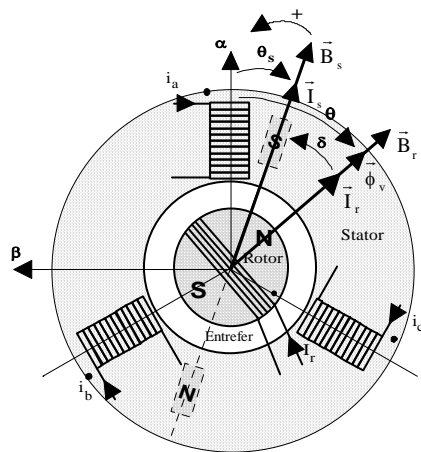


Figure 3

2- Ces courants créent le champ tournant stator  $\vec{B}_s$ . Quel paramètre dans l'expression de ces courants permet de contrôler la position angulaire de ce champ? Quel paramètre permet de contrôler l'amplitude? Justifier rapidement.

Le couple moteur instantané de la machine a pour expression:  

$$C_m = \frac{3}{2} \cdot \hat{\phi}_v \cdot \hat{I}_s \cdot \sin \delta$$
 $\hat{\phi}_v$  représente le flux maximum envoyé par le rotor dans une phase du stator.

3- A  $\hat{\phi}_v$  et  $\hat{I}_s$  donnés, pour quelle valeur  $\delta_M$  de l'angle  $\delta$  le couple moteur est-il maximum?

4- Donner un schéma de principe de la boucle de commande permettant de garantir à tout instant cette valeur à l'angle  $\delta$ . Ne pas hésiter à éclaircir ce schéma par quelques commentaires.

5- Le flux  $\hat{\phi}_v$  est supposé constant. Compléter le schéma précédent de manière à maintenir à tout instant le couple moteur  $C_m$  à une valeur de consigne  $C_{ref}$ .

## II - Contrôle en position

La machine synchrone autopilotée précédente est employée pour asservir la position angulaire d'une charge mécanique. On considère alors que l'entrée de commande est directement le couple moteur  $C_m$ . Le moment d'inertie mécanique total est noté  $J$  et les frottements sont représentés par un couple de frottement visqueux (coefficient de frottement  $f$ ) et un couple perturbateur  $C_p$ . La vitesse de rotation de la charge (et de la machine) est notée  $\Omega$  et la position angulaire  $\theta$ .

6- Établir le schéma-blocs décomposé du système en faisant apparaître les variables  $C_m$ ,  $C_p$ ,  $\Omega$  et  $\theta$ .

Une première boucle, de vitesse, est mise en œuvre suivant le schéma de la figure 4.

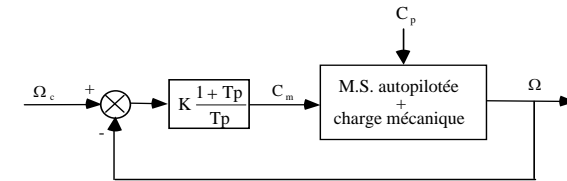


Figure 4

7- Pourquoi utiliser un correcteur série de type Proportionnel-Intégral ?

8- Choisir le paramètre  $T$  afin de compenser le mode dominant du processus. Exprimer alors la fonction de transfert de poursuite en boucle fermée :  $F_p(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)} \Big|_{C_p=0}$ .

9- Donner l'expression de la fonction de transfert de régulation :  $F_r(p) = \frac{\Omega(p)}{C_p(p)} \Big|_{\Omega_c=0}$ . Que valent les erreurs statiques de position et de vitesse ?

L'asservissement est complété par la boucle de position, comme représenté sur la figure 5.

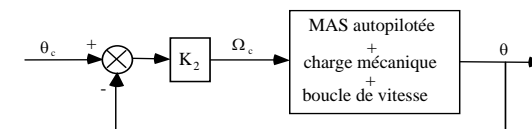


Figure 5

10- Pourquoi peut-on se contenter en première approche d'un correcteur proportionnel ?

11- En assimilant la fonction de transfert de la boucle de vitesse à  $F_p(p)$  déterminée à la question 8, exprimer la fonction de transfert de l'asservissement de position  $F_\theta(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_c(p)}$ .

12- Par analogie avec un système du 2<sup>e</sup> ordre de fonction de transfert  $F_0(p) = \frac{1}{1 + \frac{2z}{\omega_n}p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$ , exprimer  $\omega_n$  et  $z$ .

Comment choisir  $K_2$  afin d'obtenir un coefficient d'amortissement  $z=0.7$  ?

## Master 1 SMIS EEAS Parcours SYGELEC

## 2M8EE2M : Commande des convertisseurs et machines

Examen du 5 juin 2007

Correction

## PREMIER PROBLÈME

$$1) \begin{cases} \frac{di}{dt} = \frac{E}{L} - \frac{v(1-\alpha)}{L} \\ \frac{dv}{dt} = \frac{i(1-\alpha)}{C_s} - \frac{v}{R C_s} \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{dI}{dt} = \frac{E}{L} - \frac{V(1-\alpha)}{L} \quad (1) \\ \frac{dV}{dt} = \frac{I(1-\alpha)}{C_s} - \frac{V}{R C_s} \quad (2) \end{cases}$$

$$3) \frac{V_0}{E} = \frac{1}{1-\alpha_0} \quad I_0(1-\alpha_0) = \frac{V_0}{R_0}$$

4) Voir cours

$$5) (1) \rightarrow \frac{dI_M}{dt} = \frac{E}{L} - \frac{V}{L} (1-\alpha) \Rightarrow 1-\alpha = \frac{E}{V} - \frac{L}{V} \frac{dI_M}{dt}$$

$$(2) \rightarrow \frac{dV}{dt} = \frac{I_M E}{C_s V} - \frac{L I_M}{C_s V} \cdot \frac{dI_M}{dt} - \frac{V}{R C_s}$$

$$6) \frac{I_{M0} E}{V_0} = \frac{V_0}{R_0} \quad \frac{1}{R_0 C_s} \text{ avec } 6)$$

$$7) \frac{d\tilde{V}}{dt} = \frac{E}{C_s V_0} \tilde{I}_M - \frac{L I_{M0}}{C_s V_0} \frac{d\tilde{I}_M}{dt} - \left( \frac{I_{M0} E}{C_s V_0^2} + \frac{1}{R_0 C_s} \right) \tilde{V} + \frac{V_0}{R_0 C_s} \tilde{R}$$

$$8) \text{ avec } 3) \rightarrow \begin{cases} \frac{E}{V_0} = 1-\alpha_0 \\ I_{M0} = I_0 = \frac{V_0}{R_0(1-\alpha_0)} \end{cases}$$

$$\frac{d\tilde{V}}{dt} = \underbrace{-\frac{2}{R_0 C_s}}_{A_V} \tilde{V} + \underbrace{\frac{1-\alpha_0}{C_s}}_{A_I} \tilde{I}_M - \underbrace{\frac{L}{C_s R_0(1-\alpha_0)}}_{A_D} \frac{d\tilde{I}_M}{dt} + \underbrace{\frac{V_0}{R_0^2 C_s}}_{A_R} \tilde{R}$$

$$9) \tilde{V}(p) = \frac{1}{1 + \frac{R_0 C_s}{2} p} \left[ \frac{R_0(1-\alpha_0)}{2} \tilde{I}_M(p) - \frac{L p}{2(1-\alpha_0)} \tilde{I}_M(p) + \frac{V_0}{2 R_0} \tilde{R}(p) \right]$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{R_0 C_s}{2} p} \left[ \frac{R_0(1-\alpha_0)}{2} \left( 1 - \frac{L p}{R_0(1-\alpha_0)^2} \right) \tilde{I}_M(p) + \frac{V_0}{2 R_0} \tilde{R}(p) \right]$$

$$\left. \frac{\tilde{V}(p)}{\tilde{I}_M(p)} \right|_{\tilde{R}=0} = \frac{R_0(1-\alpha_0)}{2} \cdot \frac{1 - \frac{L p}{R_0(1-\alpha_0)^2}}{1 + \frac{R_0 C_s}{2} p} \quad K_I = \frac{R_0(1-\alpha_0)}{2}$$

$$Z_0 = \frac{L}{R_0(1-\alpha_0)^2}$$

$$K_R = \frac{V_0}{2 R_0}$$

$$Z = \frac{R_0 C_s}{2}$$

$$\left. \frac{\tilde{V}(p)}{\tilde{R}(p)} \right|_{\tilde{I}_M=0} = \frac{\frac{V_0}{2 R_0}}{1 + \frac{R_0 C_s}{2} p}$$

$$10) V_0 = U_c \Rightarrow \tilde{U}_c = 0$$

$$11) \frac{\tilde{U}(p)}{\tilde{R}(p)} = K_R \cdot \frac{1}{1 + Z p + K K_z (1 - Z_0 p)}$$

$$= \frac{K_R}{1 + K K_z} \cdot \frac{1}{1 + \frac{Z - K K_z Z_0}{1 + K K_z} p}$$

$$\cdot \varepsilon(p) = U_c(p) - V(p) = -\tilde{U}(p) = -F_R(p) \tilde{R}(p)$$

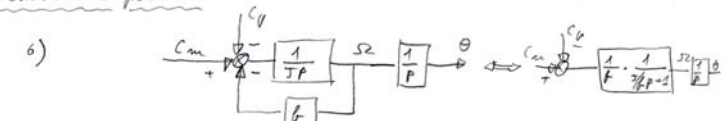
$$\varepsilon_s = \lim_{p \rightarrow 0} -p F_R(p) \cdot \frac{\Delta R}{p} = -\frac{K_R}{1 + K K_z} \cdot \Delta R$$

$$\cdot \text{Stable si } Z - K K_z Z_0 > 0$$

## SECOND PROBLÈME

I] Question de cours

II] Contrôle en position



7] Synthèse du système pour bande de vitesse et perturbation à rejeter

$$8) \text{ Pôles dominants : } p_0 = -\frac{1}{J} \Rightarrow T = J/p$$

$$G_{B0}(p) = \frac{K}{J} \cdot \frac{1}{p} \quad F_p(p) = \frac{\frac{K}{J}}{1 + \frac{K}{J} p} = \frac{1}{\frac{J}{K} p + 1}$$

$$9) F_0(p) = -\frac{\frac{1}{J} \cdot \frac{1}{J} p + 1}{1 + \frac{K}{J} p} = -\frac{J p}{K p} \cdot \frac{1}{(J/p + 1)(\frac{J}{K} p + 1)}$$

• Erreur de position nulle

 • Erreur de vitesse relative :  $\frac{J}{K p}$ 

 10] La perturbation principale étant rejetée par la bande de vitesse, il n'est pas nécessaire d'employer un correcteur  $\pi$  (il faut que la vitesse soit bien captée !).

$$11) F_0(p) = \frac{\frac{K_z}{p} \cdot F_p(p)}{1 + \frac{K_z}{p} F_p(p)} = \frac{\frac{K_z}{p} \cdot \frac{1}{\frac{J}{K} p + 1}}{1 + \frac{K_z}{p} \cdot \frac{1}{\frac{J}{K} p + 1}} = \frac{1}{\frac{J}{K_z} p^2 + \frac{1}{K_z} p + 1}$$

$$12) \omega_n = \sqrt{\frac{K K_z}{J}} \quad \frac{2\zeta}{\omega_n} = \frac{1}{K_z} \Rightarrow \zeta = \frac{\omega_n}{2 K_z} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{K}{J K_z}}$$

$$K_z = \frac{K}{4.99 \cdot J}$$